

Домашняя работа №6. Математический кружок.

1) Докажите основные тождества и неравенства для тригонометрических функций:

- a. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, для любого x ;
- b. $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$, для любого x, y ;
 $\cos(x \mp y) = \cos x \cos y \pm \sin x \sin y$
- c. $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$, для любого $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$;
- d. $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$ (то есть функция синус – нечетная, функция косинус – четная);
- e. $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$, $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$;
- f. $\sin(x + 2\pi k) = \sin x$, $\cos(x + 2\pi k) = \cos x$, $\operatorname{tg}(x + \pi k) = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg}(x + \pi k) = \operatorname{ctg} x$ где $k \in \mathbb{Z}$ (то есть, что функции синус, косинус, тангенс, котангенс – периодические функции);
- g. $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$, для любого x ($x \neq \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$);
- h. $\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$, $\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$,
 $\cos x \cos y = \frac{\cos(x-y) + \cos(x+y)}{2}$, для любого x, y . Подсказка: используйте доказанные соотношения из пункта b;
- i. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$, для любого x . Подсказка: используйте доказанные соотношения из пункта b;

2) Заполните следующую таблицу:

Угол x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin x$													
$\cos x$													
$\operatorname{tg} x$													
$\operatorname{ctg} x$													
$\operatorname{cosec} x$													
$\operatorname{sec} x$													

3) Решите уравнение:

$$4 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \cdot \frac{1}{2} \sin x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\operatorname{tg}^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$