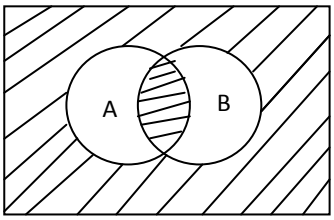
Домашняя работа №1. Математический кружок.

Решить задачи.

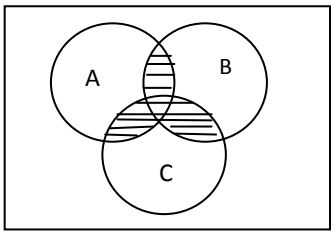
№1 Написать формальную запись следующих операций с множествами.

(Ответ должен иметь, например, следующий вид: $(A \cup B) \setminus (B \cap C)$)

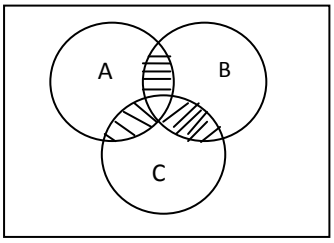
1)



2)



3)



№2 Даны множества A, B и C. Изобразите операции с множествами (предполагается, что все множества имеют точки пересечения, имеют парные точки пересечения).

A) $\overline{B \setminus A}$;

B) $\big(A \setminus (B \cup C)\big) \cup \big(B \setminus (A \cup C)\big) \cup \big(C \setminus (A \cup B)\big)$;

C) $(A \cup B \cup C) \setminus [(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)]$;

№3 Доказать равенства следующих множеств:

A) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

B) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$;

№4 Составьте небольшой рассказ (стихотворение, оду и/или прочее) с использованием кванторов ($\exists$ – существует, $\forall$ – для любого). То есть, заменяя соответствующие слова этими символами.

Дополнительные задачи.

Доказать бином Ньютона используя метод математической индукции.

$$\forall\, x \text{ и } y \text{ и для } n = 1, 2, 3, \ldots \text{ (натуральные) верно выражение } (x+y)^n = \sum_{m=0}^{n} C_n^m \cdot x^{n-m} \cdot y^m =$$
$$= x^n + C_n^1 \cdot x^{n-1} \cdot y + C_n^2 \cdot x^{n-2} \cdot y^2 + \ldots + C_n^{n-2} \cdot x^2 \cdot y^{n-2} + C_n^{n-1} \cdot x \cdot y^{n-1} + y^n,$$

где $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$, а $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. Подсказка: докажите и используйте следующее соотношение $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$.

Запомнить, что $|x| = \begin{cases} x, \text{для } x \geq 0 \\ -x, \text{для } x < 0 \end{cases}$; и $\forall\, x$ и y верно неравенство $|x+y| \leq |x| + |y|$.